# Лекции
# по физике космических лучей

Г. Ф. Крымский

*Институт космофизических исследований и аэрономии СО РАН,*
*пр. Ленина 31, 677891 Якутск, Россия*

**Аннотация**

Этот курс является продолжением курса физики высоких энергий. Как и прежние материалы, представленные здесь конспекты не являются полноценным учебным пособием. Предполагается, что со временем они будут дополнены новыми материалами. Представляется, тем не менее, полезным использовать их уже сейчас при изучении этого курса.

## О ПРЕДМЕТЕ

Возникновение этой научной дисциплины восходит к открытию рентгеновского излучения в 1895 году. В процессе опытов с рентгеновыми лучами А.Беккерель в 1896 году обнаружил радиоактивность. Изучение радиоактивности Резерфордом и его сотрудниками привело к ряду важных открытий, первым из которых было установление ядерной структуры атома. Возникшая в 10-е годы следующего века ядерная модель атома явилась основой для бурного прогресса ядерной физики и квантовой механики. Открытие в 1911-1912 гг. космических лучей явилось крупнейшим событием, оказавшим огромное влияние на последующие исследования физики микромира.

Свойства радиоактивности к этому времени были достаточно хорошо известны, но опыты с ионизацией воздуха позволяли предположить, что в дополнение к обычной радиоактивности действует излучение неизвестной природы с большой проникающей способностью. Были высказаны обоснованные предположения, что оно приходит из Космоса. Полеты на воздушных шарах, выполненные Гессом в 1911-1912 гг., подтвердили эту гипотезу и привели, таким образом, к открытию космического излучения.

## ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ

Значительная часть энергии космических лучей теряется ими в атмосфере на ионизацию атомов. Ионизационные потери важны также с точки зрения детектирования частиц. Регистрирующие приборы в большинстве случаев используют ионизацию, производимую частицами в веществе детектора. Так действуют газоразрядные счетчики, ионизационные камеры, камера Вильсона, пузырьковые и искровые камеры. Сцинтилляционн

счетчики, по-существу, также регестрируют ионизационные потери частиц. На этом же принципе основано действие калориметров. Фотоэмульсии, применяемые для регистрации частиц или ливневых событий, также регистрируют ионизационные потери частиц.

Для того, чтобы оценить величину ионизационных потерь космических лучей не обязательно рассматривать в деталях процессы ионизации. Вместо этого электроны в веществе, которые отбирают энергию у быстрой частицы, можно представлять как свободные заряды. Передача энергии быстрой частицей покоящемуся электрону может быть легко вычислена. Пусть электрон находится на расстоянии $a$ от траектории быстрой частицы. Это расстояние называется прицельным параметром. Под действием электрического поля быстрой частицы электрон приобретает скорость и, следовательно, отнимает энергию у частицы. При боьшой скорости частицы $v$ смещение электрона за время его взаимодействия с частицей можно считать пренебрежимо малым, и поэтому электрон будет приниматься неподвижным.

Пусть частица имеет отрицательный заряд $-Ze$. Как будет видно из рассмотрения, знак заряда значения не имеет. Частица придает электрону импульс, имеющий составляющие вдоль ее траектории и в перпендикулярном к ней направлении. Продольный импульс при приближении частицы к электрону и при удалении от него становится равным нулю – в силу симметрии взаимодействия. Поперечный импульс легко находится интегрированием:

$$p_\perp = \int F_\perp \, dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Ze^2}{r^2} \frac{a}{r} \, dt \,, \tag{1}$$

где $r = \sqrt{a^2 + x^2}$ – расстояние между частицей и электроном, а $dt = dx/v$.

Вводя переменную $\xi = x/a$, имеем

$$p_\perp = \frac{Ze^2}{av} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi^2+1)^{3/2}} = \frac{2Ze^2}{av} \,. \tag{2}$$

Отсюда заключаем, что потеря энергии частицы на этом электроне составляет

$$\Delta E = \frac{p_\perp^2}{2m} = \frac{2Z^2e^4}{mv^2a^2} \,. \tag{3}$$

Если концентрация электронов равна $n_0$, то общие потери энергии частицы на единице пути равны

$$-\frac{dE}{dx} = n_0 \int_{a_{min}}^{a_{max}} \Delta E(a)\, 2\pi a \, da = \frac{4\pi Z^2 e^4 n_0}{mv^2} \, ln \, \frac{a_{max}}{a_{min}} \,. \tag{4}$$

Если прицельный параметр $a$ не был бы ограничен сверху и снизу, то потери частицы в соответствии с этой формулой были бы бесконечными. Минимальный прицельный параметр $a_{min}$ соответствует максимально возможной передаче энергии электрону. При малых прицельных параметрах предположение о том, что смещение электрона за время пролета мало, – уже не оправдывается. Максимально возможная передача энергии электрону

$$\Delta E_{max} \approx \frac{m}{M} E \,, \tag{5}$$

где $E$, $M$ – энергия и масса частицы.

Отсюда для минимального прицельного параметра получаем

$$a_{min} \approx \sqrt{\frac{2e^4 M}{m^2 v^2 E}}\,. \tag{6}$$

Наличие верхнего предела для прицельного параметра связано с тем, что электрическое поле частицы не распространяется на большие расстояния – оно экранируется электронами, находящимися на более близких расстояниях. Поскольку величина прицельного параметра стоит под знаком логарифма – очень слабой функции, – нет необходимости вычислять ее точно и можно принять, что максимальное значение равно просто среднему расстоянию между электронами:

$$a_{max} \approx n_0^{-1/3}\,. \tag{7}$$

Следовательно, под знаком логарифма стоит величина

$$\frac{a_{max}}{a_{min}} = \frac{mv}{e^2}\sqrt{\frac{E}{2M}}\,n_0^{-1/3} = \sqrt{\frac{E}{E_\star}}\,. \tag{8}$$

Постоянная

$$E_\star = 2M\,\frac{e^4 n_0^{2/3}}{m^2 v^2}\,. \tag{9}$$

Для релятивистского протона в воде имеем $E_\star = 1$ эВ, а $ln\,E/E_\star \approx 21$ при $E > Mc^2 \approx 1$ Гэв. Рост логарифма при увеличении энергии очень слабый, поэтому релятивистские частицы практически имеют постоянные потери.

Подстановка численных значений дает для воды

$$-\frac{dE}{dx} = 2\frac{\text{МэВ}}{\text{см}}\,. \tag{10}$$

Ионизационные потери в других веществах – воздухе, грунте и т.д. – практически такие же, если их рассчитывать на единицу толщи $h$, выражаемую как произведение плотности на геометрическую длину:

$$-\frac{dE}{dh} = 2\frac{\text{МэВ}}{\text{г/см}^2}\,. \tag{11}$$

Следует обратить внимание на квадратичную зависимость ионизационных потерь от величины заряда частицы $Z$. Например, $\alpha$-частицы испытывают вчетверо большие потери по сравнению с протонами. Измерения удельной ионизации частиц дают поэтому возможность определять заряд релятивистских ядер.

## ШИРОКИЕ АТМОСФЕРНЫЕ ЛИВНИ

В 30-е годы были обнаружены пучки частиц, одновременно проходящих на значительном удалении друг от друга.Первые такие следы были обнаружены в камере Вильсона,

когда вполе зрения попадали одновременно треки нескольких частиц. Д.В.Скобельцын, обнаруживший эти явления в своих экспериментах, подсчитал,что частота событий много больше того, что могло бы наблюдаться чисто случайным образом. Дальнейшее изучение таких событий привело к представлению о каскадных процессах – "ливнях"частиц, возникающих в плотных средах, через которые проходят частицы космических лучей.

Картина каскадных процессов представляется сегодня следующей. Ядра в составе космических лучей (протоны, альфа-частицы и ядра более тяжелых элементов), сталкиваясь с ядрами вещества, порождают вторичные частицы в реакциях:

$$N + N = N + N + \Sigma(\pi^0, \pi^+, \pi^-). \tag{12}$$

Нуклоны $N$ в этих реакциях теряют примерно половину своей энергии и, если она велика, могут производить подобные столкновения несколько раз, в каждом из которых рождаются заряженные и нейтральные пионы. Пробег нуклона в веществе между последовательными столкновениями составляет примерно 100 г/см$^2$ (около 1 м воды).

Заряженные и нейтральные пионы примерно с таким же пробегом могут взаимодействоват с нуклонами в ядрах вещества с порождением вторичных частиц:

$$\pi + N = N + \Sigma(\pi^0, \pi^+, \pi^-). \tag{13}$$

При этом они расходуют всю энергию в такой реакции.

В промежутках между рождением и столкновением с нуклонами пионы имеют вероятность распадаться по схеме:

$$\pi^{\pm} \rightarrow \mu + \nu_{\mu}\,,\ \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma. \tag{14}$$

Времена жизни до распала составляют для заряженных пионов – 2 $10^{-8}$ с, а для нейтральных – около $10^{-14}$ с. Нужно иметь ввиду, что для частиц, имеющих большие энергии, эти времена увеличиваются в $\gamma$ раз, где $\gamma$ – лоренц-фактор частицы.

Легко подсчитать, что заряженный пион даже не слишком большой энергии (с лоренц-фактором не намного большим единицы) будет иметь пробег около 6 м и ,например, в воде почти никогда не будет распадаться из-за преобладания столкновений. Однако, нейтральный пион в этой среде будет, наоборот, почти всегда распадаться. Фотоны, возникающие при распадах нейтральных пионов, порождают электронно-фотонный каскад посредством реакций

$$\gamma + N \rightarrow N + e^+ + e^-\,,\ e^{\pm} + N \rightarrow N + e^{\pm} + \gamma. \tag{15}$$

Первая из этих реакций называется фоторождением электрон-позитронных пар, а вторая – тормозным излучением электронов. Обе эти реакции имеют примерно

одинаковое сечение (и соответственно пробег частиц до взаимодействия). Реакции протекают в электрическом поле атомных ядер, поэтому они намного интенсивнее идут в тяжелых веществах. Например, в свинце пробег до взаимодействия составляет всего 7 г/см$^2$, тогда как в воздухе он равен 37 г/см$^2$. Электроны расходуют также энергию на ионизацию атомов вещества. Эти потери составляют около 2 Мэ на каждый пройденный г/см$^2$. Поэтому, если в процессе каскадного размножения энергия электронов понизится до 80 МэВ, то они уже не будут дальше размножаться путем тормозного излучения. Эта энергия называется критической энергией электронов.

Указанная совокупность каскадных процессов имеет место в любом веществе, в том числе и в воздухе. Ливни в воздухе обладают рядом особенностей. В разреженных слоях атмосферы на больших высотах, гле происходит подавляющая часть столкновений первичных частиц, значительная часть заряженных пионов распадается на мюоны, которые не являются ядерно-активными и поэтому достигают земной поверхности.

Очень важным обстоятельством является разлет вторичных частиц. Вторичные частицы сохраняют направление движения первичных частиц лишь приближенно. Дело в том, что всякий распад реальных или виртуальных частиц сопровождается появлением поперечного импульса и соответственно удаления частиц друг от друга в процессе их совместного движения. Разреженность атмосферы способствует удалению частиц ливня на расстояние порядка 100 м от оси – траектории, которую прочертила бы первичная частица в отсутствие столкновений. На периферии ливня редкие вторичные частицы могут удаляться от оси даже на расстояние одного километра. Если первичная энергия достаточно велика, то этих периферийных частиц достаточно много, чтобы зафиксировать приход ливня только по регистации этих частиц.

Ливни частиц в атмосфере были открыты случайно в процессе проверки электронных схем совпадений. Первые сведения о таких ливнях были сообщены французским физиком Пьером Оже в 1938 г. Современное название – широкие атмосферные ливни – подчеркивает их большую геометрическую протяженность.

Физическая картина широкого атмосферного ливня обусловлена небольшим числом элементарных процессов. Для того, чтобы воссоздать качественную картину пространственно развития, не претендующую на высокую точность, можно воспользоваться рядом упрощений.

## ОДНОМЕРНЫЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ КАСКАД

Электронно-фотонный каскад представим как "расщепление"частиц надвое в поле атомных ядер с образованием промежуточного состояния и его последующим изотропным

распадом. При этом нет необходимости различать сорта частиц. Характерная длина, на которой этот процесс происходит, называемая каскадной единицей, для воздуха составляет $t_0$=37 г/см$^2$.

Из кинематики следует, что энергетический спектр продуктов при изотропном распаде промежуточного состояния – как и любой быстро движущейся частицы – имеет "плоский"вид:

$$\rho(E')\,dE' = \begin{cases} \frac{dE'}{E}, & 0 < E' < E \\ 0, & E' > E\,. \end{cases} \tag{16}$$

Так как средняя энергия частиц в каждом акте взаимодействия уменьшается вдвое, то с ростом числа каскадов $k$ логарифм энергии линейно убывает. Поэтому удобно пользоваться средним логарифмом энергии, который в каждом каскаде уменьшается на единицу. В самом деле,

$$\overline{ln\,E'} = \int ln\,E'\,\rho(E')\,dE' = \frac{1}{E}\int_0^E ln\,E'\,dE' = ln\,E - 1\,. \tag{17}$$

Таким образом, среднелогарифмическая энергия частиц в каждом каскаде уменьшается в $e$ раз, и можно записать

$$< E >= E_0\,e^{-k}\,, \tag{18}$$

Угловые скобки означают, что берется среднелогарифмическое значение. Если мы интересуемся частицами с энергией $E << E_0$, то число каскадов, в результате которых они возникают, равно

$$k = ln\,(E_0/E)\,. \tag{19}$$

Хотя, в силу вероятностного характера взаимодействия, частицы с указанной энергией возникают в нескольких последовательных каскадах, при большом $k$ можно считать, что все они возникают в одном каскаде с номером $k$.

Пространственное развитие электромагнитного ливня будем измерять глубиной $x$, которая определяется в каскадных единицах. Распределение частиц, рожденных в $k$-м каскаде, по глубине $x$ дается формулой

$$f_k(x) = \frac{x^k}{k!}e^{-x}\,, \tag{20}$$

которая является решением дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial f_k}{\partial x} = -f_k + f_{k-1}\,. \tag{21}$$

Число частиц с энергией $E$ равно $E_0/E$. В действительности из-за распределенного характера энергии следует говорить о числе частиц, энергия которых превосходит указанное значение, и оно вполовину меньше:

$$N(> E) = \frac{E_0}{2E}\,. \tag{22}$$

Из этого числа электроны (вместе с позитронами) составляют 2/3. Поскольку число фотонов в $(k+1)$-м поколении равно удвоенному числу фотонов в $k$-м поколении, а, с другой стороны, все они произведены электронами $k$-го поколения, то отсюда и получается множтель 2/3 для электронов.

Итак, число электронов на глубине $x$ с энергией большей, чем $E$, выражается формулой:

$$N_e(>E,x) = \frac{E_0}{3E}\frac{x^k}{k!}e^{-x}\,, \tag{23}$$

где $k = ln\,(E_0/E)$. Используя формулу Стирлинга для факториала, имеем

$$N_e(>E,x) = \frac{E_0}{3E}\frac{1}{\sqrt{2\pi k}}(\frac{x}{k})^k e^{k-x}\,. \tag{24}$$

Эта формула является каскадной кривой для нашего "модифицированного"электромагнит каскада. Максимум лавины, как видно из этого выражения, достигается на глубине

$$x_{max} = k\,, \tag{25}$$

где число частиц равно

$$N_{e,max}(>E) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}}\frac{E_0}{E}\frac{1}{\sqrt{ln\,(E_0/E)}}\,. \tag{26}$$

Можно ожидать, что при большом числе каскадов (когда $ln\,(E_0/E) >> 1$) эта упрощенная теория будет давать удовлетворительную точность. Точная (без учета ионизационных потерь) теория дает для числа электронов в максимуме ливня следующее выражение (см., например, [1]):

$$N_{max}(>E) = 0.137\frac{E_0}{E}\{ln\,\frac{E_0}{E} - 1.31\}^{-1/2}\,. \tag{27}$$

Так как численный множитель в нашем выражении равен 0.133, то в указанном приближении больших логарифмов мы имеем, практически, полное совпадение с точной теорией, несмотря на сильные упрощения.

## ЯДЕРНЫЙ КАСКАД. МЮОНЫ И ЭЛЕКТРОНЫ В ШАЛ

Ядерный каскад в упрощенном виде представляет собой множественное рождение частиц, повторяемое многократно. Пробег до ядерного взаимодействия примем равным $L_0 = 100\text{г/см}^2$, а множесвенность рождения пионов $n$ – постоянной. Хотя в реальном каскаде первичный протон отдает не всю энергию в первом же взаимодействии, примем для упрощения, что он порождает $n$ частиц – пионов, – поровну распределяя между ними энергию. Каждый нейтральный пион распадается на два гамма-кванта, а каждый заряженный пион производит $n$ пионов следующего поколения. В силу

изотопической инвариантности число нейтральных пионов составляет $1/3$ числа частиц, рожденных в каждом поколении.

Так как энергия пионов $k$-го поколения равна

$$E_k = E_0\, n^{-k}\,, \tag{28}$$

а их средняя гпубина образования (в каскадных единицах) составляет

$$x = kL_0/t_0\,, \tag{29}$$

то электромагнитный каскад, возникающий при распаде $\pi^0$-мезонов $k$-го поколения, имеет следующую глубину максимума для электронов с энергией выше $E$:

$$x_{max} = kL_0/t_0 + ln\,(E_k/2E)\,. \tag{30}$$

Двойка появляется вследствие того, что учитывается распад нейтрального пиона на два фотона. Подставляя $E_k$, получим

$$x_{max} = kL_0/t_0 - k\,ln\,n + ln\,(E_0/2E)\,. \tag{31}$$

Важно заметить, что если

$$n = exp(L_0/t_0) = 15\text{частиц}\,, \tag{32}$$

то $x_{max}$ не зависит от $k$ – номера ядерного каскада, породившего электронный ливень. Хотя множественность растет с энергией частиц, указанное значение является выделенным: все каскады, имеющие примерно такую множественность, дадут наложенные электромагнитны ливни, максимумы которых будут находиться на одной и той же глубине. Следовательно, эти каскады дадут наиболее многочисленное потомство. Исходя из этих соображений, а также из требований простоты, зафиксируем значение $n = 15$. Тогда энергия пионов

$$E_\pi = E_0\, e^{-x}\,, \tag{33}$$

а число заряженных пионов

$$N_\pi(x) = (\frac{2}{3}n)^k = exp\{x\frac{t_0}{L_0}\,ln\,(\frac{2}{3}n)\} = e^{0.85x}\,. \tag{34}$$

Как только энергия пионов снизится до некоторого значения $E_\pi = E_*$, включатся распады этих частиц и процесс размножения прекратится. Это произойдет при

$$E_* = m_\pi c^2 \frac{L_0}{\tau c \rho_0}\,, \tag{35}$$

где $m_\pi c^2$=140 МэВ – энергия покоя, $\tau$ – время жизни пиона, $c$ – скорость света, $\rho_0$ – плотность воздуха, которую без большой ошибки можно брать на уровне моря.

Подстановка значений дает $E_*$=19 ГэВ. Эта формула соответствует равенству распадного пробега пробегу до ядерного взаимодействия. Это произойдет на глубине $x_* = ln\,(E_0/E_*)$, где пионы превратятся в мюоны и их число составит

$$N_\mu(x_*) = exp(0.85x_*) = (\frac{E_0}{E_*})^{0.85}. \tag{36}$$

Если определить число мюонов в диапазоне первичных энергий вблизи $10^{18}$ эВ, то получим

$$N_\mu(E_0) = (\frac{10^{18}}{1.9\,10^{10}})^{0.85}(\frac{E_0}{10^{18}\text{эВ}})^{0.85}, \tag{37}$$

откуда имеем приближенную формулу:

$$N_\mu(E_0) = 3.65\,10^6(\frac{E_0}{10^{18}\text{эВ}})^{0.85}. \tag{38}$$

Число электронов в ШАЛ на уровне моря определяется энергией, выделенной в $\pi^0$-мезоны. Хотя в каждом каскаде они уносят только 1/3 энергии, тем не менее, уже в верхних слоях атмосферы почти вся энергия ливня переходит в электронно-фотонную компоненту. Поэтому число электронов может быть оценено так, как если бы первичная частица была фотоном. Критическая энергия, при которой ионизационные и радиационные потери электронов сравниваются, составляет для воздуха примерно $\varepsilon = 80$ МэВ и для полного числа электронов можем использовать выведенную выше каскадную формулу, подставив туда критическую энергию:

$$N_e = \frac{E_0}{3\varepsilon}\frac{1}{\sqrt{2\pi k}}(\frac{x}{k})^k e^{k-x}. \tag{39}$$

Для $E_0 = 10^{18}$ эВ, например, получим $k$=23.2 и при $x$=27 имеем

$$N_e = 2.6\,10^8. \tag{40}$$

Определим зависимость $N_e$ от энергии. Поскольку $N_e$ зависит от величины $k$, которая является логарифмом первичной энергии, то зависимость $N_e$ от энергии будет более крутой, чем линейная:

$$N_e \sim E^{1+\delta}, \tag{41}$$

где

$$\delta = \frac{\partial ln\,N_e}{\partial k} = ln\,\frac{x}{k} - \frac{1}{2k}. \tag{42}$$

При указанных значениях $x$ и $k$ (что соответствует энергии $10^{18}$эВ) имеем $\delta$=0.13 и, следовательно,

$$N_e = 2.6\,10^8(\frac{E}{10^{18}\text{эВ}})^{1.13}. \tag{43}$$

ПОПЕРЕЧНОЕ РАЗВИТИЕ ШАЛ.

Простые оценки показывают, что основной причиной, вызывающей отклонение мюонов от оси ливня, является наличие поперечных импульсов у родительских пионов. Предполагая, что пионы появляются в результате распада кластера, и считая , что распад происходит изотропно при температуре $T = m_\pi c^2$, как это предсказывается теорией и подтверждается экспериментально (см., например,[2]), найдем угловую ширину конуса, в котором будут испускаться пионы. В системе покоя кластера средний импульс частиц в единицах $m_\pi c$ равен

$$p_0 = \int_0^\infty pF(p)p^2\,dp/\int_0^\infty F(p)p^2\,dp = 3.038, \tag{44}$$

где

$$F(p) = 1/(e^{\sqrt{p^2+1}} - 1). \tag{45}$$

Полагая, что кластер движется с лоренц-фактором $\gamma \gg 1$ и испускает пион, который отклоняется от направления движения на угол $\theta_0$, получим для импульса в лабораторной системе с помощью преобразований Лоренца:

$$\begin{aligned} p_{||} &= p\,cos\,\theta = \gamma(p_0\,cos\,\theta_0 + \sqrt{p_0^2+1}), \\ p_\perp &= p\,sin\,\theta = p_0\,sin\,\theta_0. \end{aligned} \tag{46}$$

Отсюда

$$tg\,\theta = \frac{sin\,\theta_0}{\gamma(cos\,\theta_0 + \sqrt{1+1/p_0^2})}. \tag{47}$$

Максимум этого выражения достигается при $cos\,\theta_0 = -1/\sqrt{1+1/p_0^2}$ и равен:

$$tg\,\theta_{max} = \frac{p_0}{\gamma}. \tag{48}$$

Следовательно, пионы в лабораторной системе отсчета испускаются в узком конусе.

Величина $\gamma$ определяется как отношение

$$\gamma = \frac{E_*}{m_\pi c^2\sqrt{p_0^2+1}} = 42.4 \tag{49}$$

Угол растворa конуса, следовательно, равен $\theta_{max} = 0.071$. Глубина, на которой генерируется максимальное число пионов с энергией $E_* = 19$ ГэВ для энергии $E_0 = 10^{18}$ эВ, например, равна $x = ln\,(10^{18}/19\,10^9) = 17.8 = 660$ г/см$^2$, что соответствует высоте $h = 4.1$ км. Мюоны, возникшие от пионов, рожденных на этой высоте, на земной поверхности будут заключены в круге радиусом

$$r_0 = hp_0/\gamma = 290\,\text{м} \tag{50}$$

Так как на меньших расстояниях от оси $r < r_0$ будут давать вклад пионы с меньших высот, то функция пространственного распределения мюонов $\rho(r)$ должна возрастать с приближением к оси ливня. Если распределение генерации пионов по высоте было бы однородным, то мы имели бы

$$\rho(r) \sim 1/r. \tag{51}$$

В реальном ливне генерация убывает с приближением к поверхности земли, когда $r < r_0$, и, следовательно, зависимость $\rho(r)$ будет более слабой. Наоборот, при $r > r_0$ генерация пионов убывает с высотой, и зависимость $\rho(r)$ будет более крутой, чем $1/r$.

Если к электронам в ливне применить аналогичные рассуждения и учесть, что величиной $E_*$ для них является критическая энергия $\varepsilon$, а угол $\theta$, следовательно, как и для пионов можно положить равным

$$\theta \approx \frac{m_e c^2}{\varepsilon} p_0^2, \tag{52}$$

где $p_0 \approx 3$ – имеет то же самое значение, как и для пионов. Имеем $\theta \approx 0.057$.

Максимум электронного ливня достигается на глубине $x = ln\,(E_0/\varepsilon) = ln\,(10^{18}/8\,10^7) = 23.2 = 860\,\text{г/см}^2$. Это соответствует высоте $h$=1.5 км. Характерный радиус ливня

$$r_0 = \theta h = 85\,\text{м}. \tag{53}$$

## СРАВНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ТЕОРИИ ШАЛ С ИЗВЕСТНЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

Экспериментально наблюдаемые зависимости первичной энергии от числа электронов и мюонов в ливне

$$E_0 = (7.7 \pm 2.5)10^{17} (\frac{N_e}{10^8})^{0.86 \pm 0.06}, \tag{54}$$

$$E_0 = (2.3 \pm 2.5)10^{18} (\frac{N_\mu}{10^7})^{1.16 \pm 0.04}. \tag{55}$$

после обращения дают:

$$N_e = (1.35 \pm 0.44)10^8 (\frac{E_0}{10^{18}})^{1.16 \pm 0.08}, \tag{56}$$

$$N_\mu = (4.9 \pm 1.1)10^6 (\frac{E_0}{10^{18}})^{0.86 \pm 0.03}. \tag{57}$$

Как видим, упрощенная теория дает близкие величины не только для показателей степени, но также и для амплитуд, то-есть, правильно (хотя и приближенно) предсказывает полное число частиц.

Приведенные здесь оценки для радиуса мюонов и электронов также неплохо согласуются с теоретическими и экспериментальными данными по функциям пространственно распределения.

Решающие доказательства того, что космические лучи являются заряженными частицами высоких энергий, были получены из широтных измерений. Геометрия магнитного поля Земли такова, что оно не допускает заряженные частицы извне в область экватора, поэтому измерения на низких широтах обнаруживают дефицит космических лучей по сравнению с высокоширотными измерениями.

Так как географические и геомагнитные полюса не совпадают, то тонкими измерениями удалось установить, что именно геомагнитное поле, а не другие возможные причины, ответственно за широтное распределение космических лучей.

Движение космических лучей в геомагнитном поле хорошо описывается теорией Штермера, созданной вначале для описания движения частиц, ответственных за полярные сияния. Здесь будет дано сильно упрощенное изложение этой теории.

Геомагнитное поле с хорошей точностью может быть описано полем диполя. В сферической системе координат с полярной осью, проходящей через геомагнитный полюс, поле имеет компоненты:

$$H_r = \frac{2M\,cos\,\theta}{r^3}\,,\; H_\theta = \frac{M\,sin\,\theta}{r^3}. \tag{58}$$

Интегрируя дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{r}\frac{dr}{d\theta} = \frac{H_r}{H_\theta} = \frac{2\,cos\,\theta}{sin\,\theta}, \tag{59}$$

получаем уравнение магнитной силовой линии

$$r = r_{\text{экв}}\,sin^2\theta = r_{\text{экв}}\,cos^2\lambda. \tag{60}$$

Здесь $\lambda$ – более привычная координата – геомагнитная широта.

Движение заряженной частицы определяется силой Лоренца

$$\vec{F} = \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]. \tag{61}$$

Рассмотрим движение частицы в плоскости геомагнитного экватора. В этой плоскости поле представлено одной компонентой

$$\vec{H} = \frac{M}{r^3}\vec{i}_\theta = H_0\frac{r_0^3}{r^3}\vec{i}_\theta \tag{62}$$

Здесь $H_0 = 0.3$Э –напряженность поля на поверхности Земли, $r_0 = 6.37\,10^8$см – земной радиус.

Импульс частицы имеет $r$-ю и $\varphi$-ю компоненты.

Поскольку частица совершает движение в одной плоскости, для его описания можно использовать полярную систему координат, а вместо закона сохранения количества

движения удобнее всего воспользоваться законом сохранения момента количества движения. Момент импульса $p_\varphi r$ изменяется под действием момента силы $F_\varphi r$:

$$\frac{d(p_\varphi r)}{dt} = r\frac{e}{c}v_r H. \tag{63}$$

Переходя к пространственной переменной $r$ в левой части равенства посредством замены

$$\frac{d}{dt} = \frac{dr}{dt}\frac{d}{dr} = v_r\frac{d}{dr} \tag{64}$$

и подставляя радиальную зависимость магнитного поля, будем иметь

$$\frac{d(p_\varphi r)}{dr} = \frac{eH_0 r_0^3}{cr^2}. \tag{65}$$

Будем интересоваться теми частицами, которые приходят к поверхности Земли по вертикали. Именно эти частицы дают наиболее проникающее излучение в атмосфере. Проинтегрируем последнее уравнение и определим постоянную интегрирования так, чтобы при $r = r_0$ частицы двигались строго по радиусу, то-есть, имели бы $p_\varphi = 0$. Это дает

$$p_\varphi = \frac{eH_0 r_0}{c}(\frac{r_0}{r} - \frac{r_0^2}{r^2}). \tag{66}$$

Мы видим, что $p_\varphi$ обращается в нуль при $r = r_0$ и стремится к нулю с ростом $r$, а, следовательно, достигает максимальной велечины при некотором промежуточном значении $r_m$. Приравнивая нулю производную по $r$, находим, что $r_m = 2r$.

Отсюда имеем

$$p_{\varphi max} = \frac{eH_0 r_0}{4c}. \tag{67}$$

Естественно, до точки $r_m$ дойдут лишь те частицы, у которых импульс $p > p_{\varphi max}$. Следовательно, имеем пороговое значение импульса

$$pc > \frac{eH_0 r_0}{4}. \tag{68}$$

Величину $pc$ измеряют обычно в электроновольтах (или $p$ измеряют в эВ/с ). Если величины в правой части неравенства измерять в единицах $CGSE$, а в левой части – в электроновольтах, то величина $e$ численно равна 300. Это результат того, что единица электрического потенциала в $CGSE$ равна 300В.

Подставляя приведенные выше значения в единицах $CGSE$ для $H_0$ и $r_0$, получим для порогового импульса $p_0 = 15$ ГэВ/с (то-есть, 1.5 $10^{10}$ эВ/с).

Для того, чтобы частица могла попасть на поверхность Земли на более высокой широте, ей достаточно иметь импульс, превышающий порог для данной широты, который меньше, чем на экваторе. Широтную зависимость порога легко определить, сообразив, что для попадания на широту $\lambda$ частица должна достигнуть вершины

силовой линии, пересекающей земную поверхность на этой широте. Если, двигаясь вблизи экваториальной плоскости, частица достигает $r_{\text{экв}} = r_0/cos^2\lambda$, то далее она вдоль силовой линии способна попасть на поверхность Земли на широте $\lambda$.

Поле на расстоянии $r_{\text{экв}}$ вблизи экватора равно

$$H_{\text{экв}} = H_0(\frac{r_0}{r_{\text{экв}}})^3, \tag{69}$$

и, таким образом, порог для частиц будет меньше, чем $p_0$ в $(r_{\text{экв}}/r_0)^2$ раз. Итак, получаем зависимость геомагнитного порога от широты:

$$p(\lambda) = p_0\, cos^4\lambda. \tag{70}$$

## ЧАСТИЦЫ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ В МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Космическая среда пронизана слабыми, но протяженными магнитными полями. В результе действия силы Лоренца траектории частиц космических лучей являются искривленными, что критически влияет на судьбу частиц как в тех областях, где космические лучи возникают, так и там, где они распространяются. Рассмотрим последовательно однородное, слабо неоднородное и сильно неоднородное магнитное поле.

В однородном магнитном поле частицы космических лучей движутся по винтовой линии, радиус которой определяется силой Лоренца

$$\vec{F} = \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]. \tag{71}$$

Так как сила перпендикулярна к направлению движения, она не производит работы и энергия (а также модуль импульса) частиц остается неизменной.

Радиус, который называют ларморовым или гирорадиусом, равен

$$\rho = \frac{p_\perp c}{eH}. \tag{72}$$

Если $pc$ измерять в электроновольтах, $H$ – в эрстедах, а $\rho$ – в сантиметрах, то величина $e$ численно равна 300.

Радиус зависит от поперечной к магнитному полю составляющей импульса, а не от полного импульса, что очевидным образом вытекает из выражения для силы Лоренца.

В слабо неоднородном или слабо переменном магнитном поле у частиц сохраняются, так называемые, инварианты.

Рассмотрим первый адиабатический инвариант. Его природа наиболее отчетливо видна для однородного поля, напряженность которого медленно меняется. Для простоты

будем предполагать, что частица движется строго поперек поля и не будем специально оговаривать, что мы имеем дело с поперечным импульсом частиц.

Так как при изменении магнитного поля существует вихревое электрическое поле, частица за один ларморовский оборот приобретает или теряет энергию в соответствии с формулой

$$\Delta\varepsilon = -e\int \vec{E}\,d\vec{l} = e|rot\,\vec{E}|\pi\rho^2. \tag{73}$$

Здесь $\rho$ – гирорадиус и произведено интегрирование по ларморовскому кружку. Знак – указывает на то, что вращение частицы соответствует првилу левого, а не правого винта. В соответствии с уравнением Максвелла

$$rot\,\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \tag{74}$$

запишем

$$\Delta\varepsilon = \frac{e}{c}\dot{H}\pi\rho^2. \tag{75}$$

Изменение импульса легко подсчитать, используя инвариант $(mc^2)^2 = \varepsilon^2 - (pc)^2$, откуда

$$\Delta\varepsilon = \frac{pc^2}{\varepsilon}\Delta p. \tag{76}$$

Так как $pc/\varepsilon = v/c$, то можем получить выражение для среднего изменения импульса в единицу времени, определив изменение импульса $\Delta p$ за время ларморовского оборота $\Delta t = 2\pi\rho/v$:

$$\dot{p} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{v}\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} = \frac{1}{2\pi\rho}\frac{e}{c}\dot{H}\pi\rho^2. \tag{77}$$

Так как $\rho = pc/eH$, имеем

$$\frac{\dot{p}}{p} = \frac{1}{2}\frac{\dot{H}}{H}. \tag{78}$$

Интегрируя по времени, получаем $p^2/H = const$, где подразумевается, что $p$ – поперечный импульс.

Первый адиабатический инвариант, который мы получили, в случае постоянного, но слабо неоднородного поля может быть записан в разных формах:

$$p_\perp^2/H = const\,,\ \rho^2 H = const\,,\ sin^2\theta/H = const. \tag{79}$$

Первая и вторая записи справедливы также и для переменного во времени магнитного поля. Запись через ларморов радиус показывает, что магнитный поток через ларморов кружок сохраняется постоянным, то-есть, частица при своем движении навивается на один и тот же пучок силовых линий, следуя за его изменениями. Запись инварианта через питч-угол $\theta$ означает, что с ростом напряженности он растет и при достижении некоторого значения становится равным $\pi/2$ – здесь происходит отражение частицы

от "магнитной пробки". При наличии на трубке силовых линий двух пробок образуется ловушка – частица отражается от них попеременно и остается захваченной между ними. Для таких частиц справедлив второй адиабатический инвариант:

$$\int_C p_{||}\, dl = const. \tag{80}$$

Интегрирование производится вдоль трубки от одной пробки до другой. Если пробки, например, медленно сближаются, то продольный импульс возрастает.

Справедливость этого инварианта легко проверить, если заменить пробки параллельными зеркалами. Пусть зеркала сближаются со скоростью $u$, причем одно из них примем за неподвижное. При каждом соударении с подвижным зеркалом подольный импульс (перпендикулярный к поверхности зеркал) получает приращение $\Delta p_{||} = p_{||}(2u/v)$. Время между такими соударениями составляет $\Delta t = 2l/v$, где $l$ – расстояние между зеркалами. Средняя скорость изменения импульса

$$\dot{p}_{||} = \frac{\Delta p_{||}}{\Delta t} = p_{||}\frac{2u}{v}\frac{v}{2l} = p_{||}\frac{u}{l} = -\frac{\dot{l}}{l}p_{||}, \tag{81}$$

откуда получаем инвариант $p_{||}l = const$.

Рассмотрим ловушку, которая меняет свой объем, сохраняя подобие размеров, то-есть, при неизменной форме. Пусть каждый размер увеличился в $k$ раз. Тогда поперечный импульс уменьшится в $k$ раз, поскольку $H \sim k^{-2}$. Во столько же раз уменьшится и продольный импульс. Можем записать поэтому еще один инвариант

$$pV^{1/3} = const, \tag{82}$$

где $V$ – объем ловушки. Оказывается, при выполнении весьма общих условий этот инвариант справедлив при любых деформациях ловушки, а не только при автомодельных.

В случае сильно неоднородного поля, когда оно значительно изменяется на длине гирорадиуса, движение частицы уподобляется хаотическому блужданию и допускает лишь статистическое описание с помощью функции распределения.

## УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

Космические лучи представляют собой релятивистский газ и их полное описание требует знания функции времени и 6 пространственных и импульсных переменных, образующих фазовое пространство: $f(\vec{x}, \vec{p}, t)$. В отличие от обычного газа, где $\vec{p} = m\vec{v}$ и фазовое пространство часто строят на переменных $\vec{x}, \vec{v}$, здесь использование переменной $v$ было бы крайне неудобным, так как $v \approx c$, и необходимо использовать импульс. Так как в большинстве случаев распределение космических лучей очень близко к изотропии, функция распределения $f(\vec{x}, p, t)$ может быть заменена

плотностью $n(\vec{x}, p, t)$, в которой охватываются все частицы, имеющие одинаковый модуль импульса. Если функция $f$ отражает число частиц в элементе импульсного пространства $dp_x dp_y dp_z$, то плотность $n$ относится ко всем частицам, импульс которых по модулю попадает в интервал $dp$. Поэтому существует связь:

$$n(\vec{x}, p, t) = 4\pi p^2 f(\vec{x}, p, t). \tag{83}$$

В разных обстоятельствах можно предпочесть использование той или другой переменной.

В мелкомасштабных неоднородных магнитных полях траектории частиц сильно запутываются и можно в первом приближении считать, что частицы заключены в некотором объеме, который может рассматриваться как ловушка. При изменении этого объема плотность частиц будет меняться.

Пусть $N$ частиц заключены в объеме $V$, так что плотность $n = N/V$. Изменение плотности

$$\frac{dn}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{N}{V} = -N\frac{\dot{V}}{V^2} = -n\frac{\dot{V}}{V}. \tag{84}$$

Изменение объема, обусловленное полем скоростей среды:

$$\dot{V} = \int_S \vec{u}\, d\vec{s} = V\, div\, \vec{u}. \tag{85}$$

Здесь $d\vec{s}$ – элемент поверхности, ограничивающей объем, вектор которого ориентирован по нормали к поверхности. Второе равенство вытекает из определения дивергенции вектора при достаточно малом объеме.

Следовательно, имеем изменение плотности в объеме

$$\frac{dn}{dt} = -n\, div\, \vec{u}. \tag{86}$$

Обычно интересуются изменением какой-либо величины в заданной точке пространства. Если величина имеет градиент и среда движется, то в заданной точке будет наблюдаться изменение, которое в нашам случае имеет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\vec{u}\, grad\, n. \tag{87}$$

Если при этом движении меняется объем, то необходимо добавить соответствующее изменение плотности в объеме:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\vec{u}\, grad\, n - n\, div\, \vec{u} = -div\, (n\vec{u}). \tag{88}$$

Последнее выражение составлено в соответсвии с правилом дифференцирования произведения.

Уравнение носит название уравнения непрерывности и хорошо известно. Вывод его здесь сделан для того, чтобы можно было лучше разобраться в последующих модификациях этого уравнения.

Так как объем, в котором заключены частицы, может рассматриваться как ловушка, то при изменении объема будет меняться и импульс частиц. Дифференцируя по времени инвариант, связывающий импульс частиц и занимаемый ими объем, получим

$$\dot{p} = -\frac{p}{3}\frac{\dot{V}}{V} = -\frac{p}{3}\, div\, \vec{u}. \tag{89}$$

Переменные, от которых зависит плотность, – три пространственные координаты и модуль импульса – можно рассматривать как четырехмерное пространство, в котором скорость перемещения частиц по четвертой координате равна $\dot{p}$. Обобщая обычное уравнение непрерывности на случай 4 переменных, получаем уравнение

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -div\,(n\vec{u}) - \frac{\partial}{\partial p}(n\dot{p}). \tag{90}$$

Теперь необходимо обратить внимание на то, что ловушка не является идеальной и частицы способны просачиваться из области, где их много, туда, где их мало. Поэтому обычный перенос частиц с веществом $n\vec{u}$ следует дополнить членом, пропорциональн градиенту плотности: $n\vec{u} \rightarrow n\vec{u} - \kappa\, grad\, n$. Коэффициент $\kappa$ характеризует скорость просачивания и носит название коэффициента диффузии. Подставляя это выражение, а также выражение для $\dot{p}$ в уравнение, получаем уравнение переноса космических лучей:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = div\,(\kappa\, grad\, n) - div\,(n\vec{u}) + \frac{1}{3}\, div\, \vec{u}\frac{\partial}{\partial p}(np). \tag{91}$$

Это уравнение описывает перенос, а также замедление или ускорение частиц в различных космических условиях.

Уравнение переноса часто записывают для функции распределения $f(\vec{x}, p, t)$. Выразим $n$ через $f$ и произведем дифференцирование по частям во втором и третьем членах правой части. Члены вида $f\, div\, \vec{u}$ взаимно уничтожатся и мы получим

$$\frac{\partial f}{\partial t} = div\,(\kappa\, grad\, f) - \vec{u}\, grad\, f + \frac{1}{3} div\, \vec{u}\, p\frac{\partial f}{\partial p}. \tag{92}$$

## УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Ускорение космических лучей ударными волнами – сложный процесс, в котором ускоряемые частицы получают настолько большую долю энергии, несомой волной, что оказывают обратное воздействие на структуру волны – как на поле скоростей среды, так и на магнитное поле. Если пренебречь обратным воздействием и рассматривать ускорение пробных частиц в заданных условиях, то наиболее прстое описание получим для ударной волны с бесконечно тонким фронтом, у которой скорость газа в системе,

где фронт покоится,

$$u(x) = \begin{cases} u_0, & x < 0 \\ u_1, & x > 0 \end{cases} \tag{93}$$

и $u_1 = u_0/\sigma$, $\sigma > 1$ – степень сжатия вещества на ударном фронте.

В уравнение переноса

$$\kappa \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - u\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{3}\frac{du}{dx} p \frac{\partial f}{\partial p} + \delta(p - p_0)\delta(x) = 0 \tag{94}$$

включен источник частиц на фронте с начальным импульсом $p_0$. Поместить источник на фронте вполне естественно, так как именно здесь происходит ускорение частиц.

Получим сначала решение однородного уравнения. Так как $du/dx = -(u_0 - u_1)\delta(x)$ – всюду равно нулю, кроме точки $x = 0$, то получим решение отдельно для левого и правого полупространства.

Имеем после однократного интегрирования по $x$:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = C_1\, e^{ux/\kappa}. \tag{95}$$

Для правого полупространства $C_1 = 0$, поскольку растущего решения там быть не может, и следующее интегрирование по $x$ дает

$$f = C_2 \begin{cases} e^{u_0 x/\kappa}, & x < 0 \\ 1, & x > 0. \end{cases} \tag{96}$$

Так как функция $f$ в точке $x = 0$ имеет излом, то ее первая производная терпит разрыв, а вторая производная обращается здесь в бесконечность и бесконечные члены должны взаимно погашаться:

$$-\kappa C_2 \frac{u_0}{\kappa}\delta(x) - \frac{1}{3}(u_0 - u_1)\delta(x) p \frac{dC_2}{dp} = 0. \tag{97}$$

Напомним, что мы решаем однородное уравнение и источник пока не принимаем во внимание.

Постоянная интегрирования, как мы видим, должна зависеть от $p$ степенным образом:

$$C_2(p) = C_3 p^{-\gamma_1}\,, \gamma_1 = \frac{3u_0}{u_0 - u_1}. \tag{98}$$

Через степень сжатия $\sigma$ этот показатель выражается формулой

$$\gamma_1 = \frac{3\sigma}{\sigma - 1}. \tag{99}$$

Если теперь оборвать зависимость $C_2(p)$ при $p = p_0$:

$$C_2(p) = \begin{cases} C_3\, p^{-\gamma_1}, & p > p_0 \\ 0, & p < p_0, \end{cases} \tag{100}$$

то производная по $p$ при подстановке в уравнение даст член с $\delta$-функцией: $C_3 p_0^{-\gamma_1+1}(u_0 - u_1)\delta(x)\delta(p-p_0)/3$, который должен взаимно погашаться с источником.

Следовательно,

$$C_3 = \frac{3}{u_0 - u_1} p_0^{\gamma_1 - 1} \tag{101}$$

и окончательно решение уравнения с источником имеет вид:

$$f(x,p) = \frac{3}{(u_0 - u_1)p_0}(\frac{p}{p_0})^{-\gamma_1} \begin{cases} e^{u_0 x/\kappa}, & x < 0 \\ 1, & x > 0. \end{cases} \tag{102}$$

Подчеркнем, что здесь коэффициент диффузии $\kappa$ может каким угодно образом зависеть от $p$.

Как видно из этого решения, функция распределения является степенной функцией импульса, показатель которой зависит только от степени сжатия ударной волны. Эта последняя величина для сильных ударных волн лежит в узких пределах, что делает степенной спектр частиц весьма устойчивым к изменяющимся конкретным условиям.

## УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ. КИНЕТИКА ПРОЦЕССА

Рассмотрим более детально, что происходит с частицей, когда она пересекает ударный фронт. Когда частица влетает в левое полупространство, где среда движется ей навстречу со скоростью $u_0$, то она прибретает дополнительную энергию за счет встречного соударения. Хотя частица может рассеиваться много раз, она с вероятностью единица пересечет фронт в обратном напрвлении. Для того, чтобы рассчитать, какое среднее приращение получит импульс частицы за период между двумя пересечениями фронта, можно этот процесс рассматривать как отражение от движущегося зеркала.

Если частица падает на зеркало перпендикулярно к его поверхности, то после отражения ее импульс $p$ возратет на $\Delta p = 2pu_0/v$, где $v$ – скорость частицы. При скользящем падении под углом $\theta$ к нормали приращение получит только нормальная составляющая импульса и оно составит $\Delta p = (2pu_0/v)cos\,\theta$. Число частиц, падающих в единицу времени на единичную площадку зеркала в интервале углов $\theta$, $\theta + d\theta$ равно $(nv/4\pi)cos\,\theta\, 2\pi sin\,\theta\, d\theta$. Полное число частиц, падающих под углами $0 < \theta < \pi/2$, составит $nv/4$, а суммарный импульс, полученный ими, будет равен $npu_0/3$. Эта последняя величина получена умножением приращения импульса на число частиц ипоследующим интегрированием по всем углам. Следовательно, среднее приащение импульса у одной частицы составит $p(4u_0/3v)$.

В правом же полупространстве между двумя пересечениями фронта частица будет терять импульс: $-p(4u_1/3v)$. За весь цикл, когда частица пересекает фронт

в одном и том же направлении, среднее приобретение импульса составит

$$\overline{\Delta p} = \frac{4}{3}\frac{u_0 - u_1}{v}p. \tag{103}$$

В правом полупространстве частица имеет вероятность не вернуться к фронту, так как рассеивающая среда удаляется от него со скоростью $u_1$. Среда через каждую единичную площадку уносит $nu_1$ частиц. Так как на фронт падает в единицу времени $nv/4$ частиц и эта величина много больше, чем $nu_1$, то вероятность того, что частица не вернется к фронту, много меньше единицы. В этом главная причина эффективности рассматриваемого механизма ускорения. Вероятность потери частицы $w$ равна отношению указанных потоков:

$$w = \frac{4u_1}{v}. \tag{104}$$

Если проследить за судьбой частицы, испытавшей $k$ полных циклов пересечения фронта, то для импульса этих частиц можно записать

$$\frac{dp}{dk} = \frac{4}{3}\frac{u_0 - u_1}{v}p, \tag{105}$$

откуда получаем

$$p(k) = p_0 e^{\alpha_p k}\,,\ \alpha_p = \frac{4}{3}\frac{u_0 - u_1}{v}. \tag{106}$$

А для числа частиц имеем

$$\frac{dN}{dk} = -wN, \tag{107}$$

или

$$N(>k) = N_0 e^{-wk}. \tag{108}$$

Знак неравенства в аргументе у числа частиц надо понимать так:"число частиц, испытавших не менее $k$ циклов ускорения".

Если заменить теперь величину $k$ ее выражением через импульс $k = ln(p/p_0)/\alpha_p$, то получим

$$N(>p) = N_0(\frac{p}{p_0})^{-\gamma_2}\,,\ \gamma_2 = \frac{w}{\alpha_p}. \tag{109}$$

Мы получили интегральный степенной спектр с показателем

$$\gamma_2 = \frac{3u_1}{u_0 - u_1} = \frac{3}{\sigma - 1}. \tag{110}$$

Дифференциальный спектр для плотности частиц также будет степенным, но величина показателя будет на единицу больше:

$$n(p) \sim p^{-\gamma}\,,\ \gamma = \frac{\sigma + 2}{\sigma - 1}. \tag{111}$$

Так как $n(p) = 4\pi p^2 f(p)$, величина показателя $\gamma$ должна быть меньше на 2, чем величина $\gamma_1$. В самом деле,

$$\gamma = \gamma_1 - 2 = \frac{3\sigma}{\sigma - 1} - 2 = \frac{\sigma + 2}{\sigma - 1}. \tag{112}$$

Таким образом, детальное кинетическое рассмотрение процесса и решение уравнения переноса дают совпадающие результаты.

## УСКОРЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ

Ускорительный механизм, действующий в ударных волнах, обладает высокой эффективностью и способен передавать космическим лучам значительную часть энергии ударной волны. Поэтому теория, описывающая этот процесс, должна учитывать обратное воздействие космических лучей на динамику ударной волны. Теория, таким образом должна быть нелинейной. Качественно это обратное влияние сводится к тому, что вследствие диффузии космических лучей происходит размытие (уширение) ударного фронта как результат давления, оказываемого ими на вещество. Уширение фронта снижает эффективность ускорения, и в результате устанавливаются равновесные параметры.

Построим упрощенную нелинейную теорию ударной волны с космическими лучами.

Давление космических лучей как сила, воздействующая на единицу воображаемой поверхности, ограничивающей объем, дается выражением

$$P = \int p_\perp v_\perp f(p)\, 4\pi p^2\, dp\,. \tag{113}$$

Множитель $p_\perp$ соответствует импульсу, передаваемому каждой частицей поверхности, а $v_\perp f(p)$ – это плотность потока частиц, падающих на поверхность из единицы фазового объема. В рассматриваемом здесь случае приблизительной изотропии космических лучей имеем $p_\perp v_\perp = pv/3$. Скорость любой частицы $v = pc^2/\varepsilon$, поэтому

$$P = \frac{4\pi c^2}{3} \int f(p) \frac{p^4}{\varepsilon}\, dp\,. \tag{114}$$

Выразим энергию $\varepsilon$ через импульс, а бесконечный интервал интегрирования разобьем на два: $0 - mc$ и $mc - \infty$. Первый из этих интегралов равен

$$P_1 = \frac{4\pi c}{3} \int_0^{mc} f(p) \frac{p^4\, dp}{\sqrt{p^2 + (mc)^2}} = \frac{4\pi cF}{3} (mc)^4 \int_0^1 t^{2-\gamma} \frac{dt}{\sqrt{t^2+1}}\,. \tag{115}$$

В последнем выражении принято $p/mc = t$ и

$$f(p) = F\,(\frac{p}{mc})^{-(\gamma+2)}\,, \tag{116}$$

как это следует из теории ускорения ударными волнами. Во втором интеграле сделаем подстановку $t = mc/p$ и получим

$$P_2 = \frac{4\pi cF}{3} (mc)^4 \int_0^1 t^{\gamma-3} \frac{dt}{\sqrt{t^2+1}}\,. \tag{117}$$

Условно говоря, давление $P_1$ производится нерелятивистскими частицами, а $P_2$ – релятивистскими. Эти две величины равны между собой, когда $\gamma = 2.5$. В сильных ударных волнах $\gamma \approx 2$ или даже меньше, и преобладает давление релятивистских частиц. Приравняв $v \approx c$, имеем поэтому

$$P \approx \frac{4\pi c}{3} \int f(p)\, p^3\, dp\,. \tag{118}$$

Уравнение переноса в присутствии ударной волны с плоским фронтом

$$\kappa(p)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - u\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{3}\frac{du}{dx} p \frac{\partial f}{\partial p} = 0 \tag{119}$$

можно привести к уравнению для давления космических лучей. Для этого его надо умножить на $4\pi c p^3/3$ и проинтегрировать по $p$. Получим:

$$\frac{d}{dx}\,\overline{\kappa}\,\frac{dP}{dx} - u\,\frac{dP}{dx} - \frac{4}{3}\,\frac{du}{dx}\,P = 0\,. \tag{120}$$

Здесь в последнем члене произведено интегрирование по частям, а эффективный коэффициент диффузии $\overline{\kappa}$ выражается следующим образом:

$$\overline{\kappa} = \int \kappa \frac{\partial f}{\partial x}\, p^3\, dp \Big/ \int \frac{\partial f}{\partial x}\, p^3\, dp\,. \tag{121}$$

Коэффициент $\overline{\kappa}$ зависит от координаты $x$. Предположим для упрощения задачи, что эта зависимость слабая и положим $\overline{\kappa} = const$.

Пусть мы имеем дело с сильной волной, в которой газовым давлением можно пренебречь и записать уравнение Бернулли в форме:

$$P + \rho u^2 = \rho_0 u_0^2\,, \tag{122}$$

где $\rho$ – плотность среды, $\rho_0$ , $u_0$ – значения величин в невозмущенном потоке, набегающем на фронт. Вместе с уравнением непрерывности

$$\rho u = \rho_0 u_0 \tag{123}$$

получаем линейную связь между скоростью и давлением:

$$P = \rho_0 u_0 (u_0 - u)\,. \tag{124}$$

После подстановки в уравнение для $P$ и сокращения на $\rho_0 u_0$ получаем:

$$-\overline{\kappa}\,\frac{d^2 u}{dx^2} + u\,\frac{du}{dx} - \frac{4}{3}\,\frac{du}{dx}\,(u_0 - u) = 0\,. \tag{125}$$

Однократное интегрирование дает:

$$-\overline{\kappa}\,\frac{du}{dx} + \frac{7}{6}\,u^2 - \frac{4}{3}\,u_0 u = C\,. \tag{126}$$

Для того, чтобы асимптотическое значение скорости в левом полупространстве было $u_0$, необходимо положить $C = -u_0^2/6$.

Уравнение

$$\overline{\kappa}\frac{du}{dx} = -\frac{7}{6}(u_0 - u)(u - \frac{u_0}{7}) \tag{127}$$

имеет решение

$$u(x) = u_0\frac{1 + \frac{A(x)}{7}}{1 + A(x)}\ ,\ A(x) = e^{u_0 x/\overline{\kappa}}\,. \tag{128}$$

Это решение удобно представить с помощью гиперболического тангенса:

$$u = u_0(\frac{4}{7} - \frac{3}{7}\,th\,\frac{u_0 x}{2\overline{\kappa}})\,. \tag{129}$$

Как видно из решения, ударная волна имеет размытый фронт с характерным масштабом $\overline{\kappa}/u_0$ и степень сжатия равна 7. Это находится в согласии с элементарной теорией сильных волн, которая для газа с показателем адиабаты $k$ дает степень сжатия

$$\sigma = \frac{k+1}{k-1}\,. \tag{130}$$

Газ релятивистских частиц имеет $k = 4/3$ и соответственно $\sigma = 7$.

## НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ АСТРОФИЗИКИ

### Космическая плазма

Почти все космическое пространство заполнено чрезвычайно разреженным полностью ионизованным газом – космической плазмой. Исключение составляют межзвездные облака, состоящие из нейтрального водорода, на которые приходится менее 20% объема Галактики. Из-за высокой электрической проводимости и больших пространственных масштабов космическая плазма обладает способностью "вмораживать"магнитные поля, которые, будучи "приклеены"к веществу, принимают участие во всех его движениях и деформациях. В результате неупорядоченного – турбулентного – движения плазмы магнитные поля нарастают до таких величин, при которых они влияют на это движение, тормозят плазму и заставляют ее совершать колебания вокруг положения равновесия. Колебания распространяются вдоль магнитного поля как волны Альфена со скоростью

$$v_A = \frac{H}{\sqrt{4\pi\rho}}\,, \tag{131}$$

где $H$ – напряженность магнитного поля, а $\rho$ – плотность вещества.

### Земля

Планета Земля (радиус $R_e = 6.4$ тыс.км) имеет собственное магнитное поле, которое с хорошей точностью может быть представлено как поле диполя, центр

которого совпадает с центром Земли, а северный и южный магнитные полюса находятся на расстоянии $11.5^0$ от географических. Северный полюс расположен в точке $79.5^0$ с.ш., $70^0$ з.д.

Магнитное поле диполя может быть выражено через скалярный потенциал Ф:

$$H = -\nabla\Phi \ , \ \Phi(r,\theta) = \frac{M\,cos\,\theta}{r^2} \, . \tag{132}$$

Здесь $M$ – магнитный момент. Для Земли величина магнитного момента такова, что на поверхности в точке магнитного полюса напряженность поля составляет 0.6 эрстеда, а на магнитном экваторе $H_э$=0.3 эрстеда.

Отклонения геомагнитного поля от поля диполя – магнитные аномалии – наиболее крупные: Восточно-Сибирская, в пределы которой попадает часть Якутии, и Бразильская.

Магнитное поле Земли обтекается потоком солнечной плазмы – солнечным ветром. Солнечный ветер создает полость, в которой заключено все геомагнитное поле, – магнитосферу. С дневной стороны граница полости – магнитопауза – располагается на минимальном расстоянии $R_m$, а с ночной – полость образует протяженный "хвост", состоящий из силовых линий, "сдутых"ветром с дневной стороны. Радиус полости удовлетворяет условию равенства давления заторможенного солнечного ветра и магнитного давления:

$$\rho u^2 = \frac{H^2}{8\pi} \, . \tag{133}$$

Подстановка значений приводит к уравнению

$$m_p n u^2 = \frac{H_э^2}{8\pi}(\frac{R_e}{R_m})^6 \, , \tag{134}$$

где $m_p = 1.7\,10^{-24}$ г – масса протона, $n = 5\,см^{-3}$ – концентрация частиц в солнечном ветре, $u = 4\,10^7$ см/сек – скорость ветра. Решение дает

$$R_m = R_e(\frac{H_э^2}{8\pi m_p n u^2})^{1/6} \approx 10\,R_e \, . \tag{135}$$

## Солнце и солнечная активность

Солнце представляет собой газовый шар, поверхность которого (фотосфера) нагрета до температуры $6\,10^3\ {}^0K$. Радиус фотосферы равен $7\,10^{10}$ см (примерно в 100 раз больше радиуса Земли). Масса Солнца – $2\,10^{33}$ г. На поверхности Солнца бывают видны темные пятна, количество и размеры которых меняются. Пятна перемещаются по поверхности Солнца так, что их движение соответствует вращению Солнца с периодом около 27 суток. Ось вращения примерно перпендикулярна к плоскости орбитального движения планет, а направление вращения совпадает с направлением

орбитального движения. Группы солнечных пятен существуют, как правило, продолжительное время – в течение нескольких оборотов Солнца.

Пятнообразование на Солнце происходит циклами: продолжительность каждого отдельного цикла в среднем составляет 11 лет, но от одного цикла к другому она может меняться в широких пределах. Цикл начинается с фазы роста, когда число пятен возрастает в течение примерно 3-4 лет, а затем – на фазе спада – пятнообразование последовательно уменьшается 7-8 лет и наступает минимум, во время которого пятна прежнего и нового цикла сосуществуют. Отличие пятен нового цикла от пятен заканчивающегося цикла – в их более высоких широтах: первые пятна возникают на гелиоширотах $30^0 - 35^0$ и в течение цикла зоны пятнообразования смещаются к экватору вплоть до гелиоширот $5^0 - 8^0$.

Изучение Солнца в свете отдельных спектральных линий (наиболее часто используется красная линия водорода $H_\alpha$, используются также линии кальция) показало, что поверхность Солнца неоднородна и содержит как крупные долгоживущие неоднородности так и мелкомасштабные светящиеся образования – гранулы – которые сплошь покрывают поверхность и время жизни которых не превышает 5 минут. Атмосфера Солнца на больших высотах над фотосферой – выше одного радиуса – имеет крайне крупномасштабную структуру, состоящую из арок – протуберанцев и лучей. Эта область называется короной и хорошо видна во время полных солнечных затмений.

Кратковременные явления в атмосфере Солнца – солнечные вспышки – это взрывоподобны события, во время которых выделенная энергия порождает возмущения, распрлостраняющиес в корону. Удалось выяснить, что корональные лучи возникают в результате подобных взрывов, происходящих внизу, в самом основании короны.

Весь комплекс явлений на Солнце связан с пятнообразованием и подчиняется 11-летней цикличности. Он получил название солнечной активности. Циклы солнечной активности – периоды повышения числа пятен и других проявлений – нумеруются с момента начала регулярных наблюдений за пятнами. Максимумы пятен в циклах с номерами 19-22 наблюдались соответственно в 1957, 1969, 1980, 1991 гг.

Физика солнечной активности связана с наличием сильных магнитных полей (1-3 тыс. эрстед) в пятнах, которые выходят высоко в атмосферу и, в частности, образуют магнитный каркас корональных структур. Солнечные вспышки также обязаны магнитным полям, которые при перестройке выделяют свободную энергию.

## Солнечный ветер

В 1958 г. Е.Паркером (США) было установлено, что корона Солнца должна расширяться в межпланетное пространство таким образом, что образуется сверхзвуковой поток

газа, названный солнечным ветром. После запуска первых космических аппаратов на достаточно большие расстояния от Земли солнечный ветер был обнаружен. Он представляет собой поток водородной плазмы с примесью около 10% ядер гелия и в очень малой концентрации – более тяжелых элементов. Средняя концентрация протонов – около 5 частиц/см$^3$ – может на 1-2 порядка во время сильных возмущений, обусловленных столкновением быстрых и медленных струй ветра и особенно – после солнечных вспышек.

Скорость солнечного ветра в быстрых струях возрастает до 700 км/сек, а в нестационарных выбросах взрывного типа – до 1000 км/сек и более. Установлено, что быстрый ветер испускается из корональных дыр – областей короны, характеризующихся пониженной плотностью и пониженной температурой. Распространение струй и, особенно, нестационарных выбросов на фоне более медленного ветра сопровождается формированием ударных фронтов в их передней части. Причиной этому служит большая относительная скорость – больше скорости звука в медленном ветре.

Динамическое давление $\rho u^2$ в солнечном ветре убывает $\sim r^{-2}$, то-есть, пропорционально убыванию $\rho$. На большом расстоянии давление становится равным давлению межзвездной среды $\sim 10^{-12}$ эрг/см$^3$ и солнечный ветер проходит через фронт стоячей ударной волны, где его плотность и температура скачком возрастают, а скорость падает. Это происходит на расстоянии $R_{sh} \sim 100\, R_{\odot+}$, где $R_{\odot+} = 1.5\, 10^{13}$ см – расстояние от Земли до Солнца (астрономическая единица).

Ветер несет вмороженное магнитное поле, силовые линии которого вытягиваются в радиальном направлении, а вследствие вращения Солнца – приобретают азимутальную составляющую, в результате чего они имеют вид спиралей Архимеда. Знак магнитного поля различен по разные стороны от нейтральной поверхности, которая примыкает к плоскости солнечного экватора. Из-за несовпадения нейтральной поверхности с плоскостью солнечного экватора и вследствие ее вращения вместе с Солнцем Земля пересекает ее дважды в течение оборота Солнца. Как результат наблюдается знакопеременная (секторная) структура межпланетного магнитного поля. Во время максимума солнечного цикла происходит переполюсовка общего магнитного поля Солнца и межпланетное магнитное поле во всем пространстве меняет знак. Поэтому полный ("магнитный") цикл солнечной активности составляет 22 года.

## Некоторые сведения о звездной эволюции

Звезды классов $O$ или $B$ имеют массы, значительно (на порядок) большие, чем масса Солнца, и более высокие температуры. Они испускают звездный ветер, на несколько порядков превосходящий солнечный. Эволюция таких звезд происходит

относительно быстро и завершается взрывом, при котором звезда переходит в состояние нейтронной звезды или черной дыры. При этом она сбрасывает оболочку примерно солнечной массы, которая, разлетаясь с большой скоростью, уносит механическую энергию $\sim 10^{51}$ эрг. Чрезвычайно яркая световая вспышка позволяет видеть в обычном свете этот процесс даже в других галактиках. По наблюдениям за различными галактиками вычислена примерная частота событий такого типа для нашей Галактики, составляющая одно событие в 30 лет.

При взрыве Сверхновой звезды (так называются световые вспышки указанного типа) должны испускаться нейтрино, которые уносят значительную часть полной энергии взрыва. Взрыв ближайшей Сверхновой в Магеллановом облаке (спутник нашей Галактики) наблюдался в 1987 г. Нейтрино от этого события удалось зарегистрировать специально построенными для этой цели установками, "дежурство"которых было начато примерно десятью годами раньше.

Разлетающиеся оболочки сверхновых обнаруживают себя как туманности. Наиболее известная из них Крабовидная туманность является остатком вспышки, зафиксированной китайскими и японскими астрономами в 1054 г. В ценре Крабовидной туманности обнаружен пульсар – быстро вращающаяся нейтронная звезда, испускающая периодические импульсы радиоизлучения.

## Галактика

Звездное скопление, в котором находится Солнечная система, – Галактика – содержит около $10^{11}$ звезд и имеет форму двояковыпуклой линзы диаметром 30 кпк (килопарсек) при толщине около 500 пк (парсек = параллактическая секунда). 1 пк $=3\,10^{18}$ см.

В центре Галактики имеется шарообразное ядро – утолщение радиусом около 4 кпк. Солнце находится на расстоянии от центра Галактики равном 10 кпк. Звезды и газ в Галактике концентрируются в спиральных рукавах. В этих же рукавах концентрируется магнитное поле Галактики.

## Метагалактика

Видимая Вселенная – Метагалактика – являет собой совокупность бесчисленных галактик. Фридманом было предсказано, а астрономом Хабблом обнаружено расширение Метагалактики, состоящее в том, что расстояние между любыми двумя астрономическими объектами растет, причем скорость взаимного удаления пропорциональна расстоянию. Коэффициент пропорциональности $H$, называемый постоянной Хаббла, имеет размерность обратного времени. Обратная ему величина

$$H^{-1} \sim 13\,\text{млрд. лет} \tag{136}$$

может рассматриваться как характерный возраст Метагалактики.

Также было предсказано (Гамовым), а затем обнаружено излучение черного тела, заполняющее все межгалактическое пространство и имеющее температуру 2.7 $^0$K. Это излучение сохранилось от той эпохи, когда температура Метагалактики была огромна и населяющие ее элементарные частицы (в том числе – фотоны) интенсивно взаимодействовали между собой. По мере расширения вещество сконцентрировалось в звездах и соответственно в галактиках, а фотонное излучение сохранилось, но его температура адиабатически упала до сегодняшнего значения. Чернотельное излучение в силу его происхождения называют "реликтовым". Из-за низкой температуры оно наблюдается в радиодиапазоне.

## Взрывы в Космосе

Не все галактики одинаковы. Наблюдаются галактики с фантастическим энерговыделением. При этом огромная мощность выделяется в радиодиапазоне. Объекты, подобные галактикам, но с огромной светимостью в оптическом диапазоне были названы квазарами. Благодаря этому свойству они видны с рекордно больших расстояний и имеют соответственно большие красные смещения: у некоторых квазаров длина волны всех спектральных линий в 4-6 раз больше стандартной!

Очевидно, как радиогалактики, так и квазары не могут тратить такую энергию продолжительное время, и необходимо предполагать, что они находятся в стадии гигантского взрыва. У некоторых относительно близких галактик можно различить взрывающееся ядро – центральное тело с энергией излучения $\sim 10^{60}$ эрг.

Взрывные процессы в Космосе являются повсеместным явлением: сверхновые, новые звезды, солнечные вспышки, а также магнитные "хлопки"в магнитосфере – суббури. Сама Метагалактика может также рассматриваться как результат первичного взрыва.

С точки зрения происхождения космических лучей взрывы в Космосе представляют наибольший интерес.

## СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Электроны космических лучей в космических магнитных полях в результате искривления их траекторий и соответственно ускоренного движения испускают электромагнитное излучение. Упомянутое излучение впервые было обнаружено в ускорителях электронов – синхротронах и поэтому носит название синхротронного. Именно оно является причиной яркого свечения некоторых космических объектов в радиодиапазоне.

Синхротронное излучение исследуется средствами классической электродинамики.

Однако, оно допускает описание и с квантовой точки зрения. Для того, чтобы разобраться в свойствах синхротронного излучения, будем представлять его как обратный комптон-эффект – рассеяние электронов на виртуальных фотонах.

Приравнивая частоту такого фотона к гирочастоте электрона, будем иметь энергию фотонов:

$$\varepsilon_\gamma = \hbar \frac{eH}{mc} . \tag{137}$$

Поскольку плотность энергии магнитного поля равна суммарной плотности энергии фотонов, их концентрация равна:

$$n_\gamma = \frac{H^2}{8\pi} \frac{1}{\varepsilon_\gamma} . \tag{138}$$

Сечение взаимодействия электрона с фотонами примем равным геометрическому сечению

$$\sigma \approx \pi r_0^2 , \, r_0 = \frac{e^2}{mc^2} . \tag{139}$$

В системе электрона, имеющего лоренц-фактор $\Gamma$, фотон имеет энергию $\varepsilon_{\gamma 1} \approx 2\,\Gamma\,\varepsilon_\gamma$ , а после рассеяния вперед – энергию $\varepsilon_{\gamma 2} = 4\,\Gamma^2\,\varepsilon_\gamma$.

Суммарная мощность, теряемая электроном

$$-\frac{dW}{dt} = \sigma\, c\, n_\gamma\, \varepsilon_{\gamma 2} . \tag{140}$$

Подстановка всех значений дает:

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{1}{2} \frac{e^4 H^2}{m^2 c^3} \Gamma^2 . \tag{141}$$

Заметим, что полученный результат не содержит постоянной Планка, энергии фотонов и т.п., то-есть является классическим. Следует ожидать, что он является правильным с точностью до некоторого численного множителя.

Точный результат, приведенный в курсе Ландау и Лифшица, имеет вид:

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{2e^4 H^2 v^2}{3m^2 c^5 (1 - v^2/c^2)} . \tag{142}$$

Для $v \approx c$ он отличается от полученного нами множителем $2/3$ вместо $1/2$.

Характерная излучаемых фотонов

$$\nu = \frac{\varepsilon_{\gamma 2}}{2\pi\hbar} . \tag{143}$$

Отсюда получаем зависимость частоты от энергии электрона

$$\nu = \frac{2eH}{\pi mc} (\frac{E}{mc^2})^2 . \tag{144}$$

Для поля $H \approx 3\,10^{-6}$ эрстед и $E \approx 1$ ГэВ находим $\nu \approx 150$ МГц. Именно в этом радиодиапазоне наблюдается излучение от космических объектов.

Степенной спектр электронов $n(E) \sim E^{-\gamma}$ порождает степенную зависимость интенсивности радиоизлучения от частоты $I(\nu)$.

Имеем

$$I(\nu)\, d\nu \sim n(E) \frac{dW}{dt}(E)\, dE\,, \tag{145}$$

где $\nu \sim E^2$.

Отсюда вытекает, что

$$I(\nu) \sim E^{-\gamma}\, E^2\, \frac{dE}{d\nu} \sim \nu^{-\frac{\gamma-2}{2}}\, \nu^{-1/2} \sim \nu^{-\alpha}\,. \tag{146}$$

Показатель синхротронного излучения получается равным

$$\alpha = \frac{\gamma - 1}{2}\,. \tag{147}$$

Так как в источниках космических лучей ожидается показатель спектра электронов $\gamma \approx 2 - 2.2$, то $\alpha \approx 0.5 - 0.6$, как и дают наблюдения.

## КОСМИЧЕСКОЕ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЕ

Природа космических лучей являет одну из загадок астрофизики. На пути от источников до Земли космические лучи перемешиваются нерегулярными магнитными полями в космосе, вследствие чего из наблюдений можно извлечь лишь немного сведений об источниках космических лучей. Удалось оценить полную мощность источников в Галактике, передаваемую космическим лучам, и необходимый энергетический спектр космических лучей, порождаемых в источниках.

Использование радионаблюдений за космическими объектами позволило обнаружить и исследовать те из них, где производятся электроны высоких энергий. Оказалось, что наиболее мощное радиоизлучение с нетепловым (степенным) спектром порождается остатками взрывов сверхновых звезд, а за пределами нашей Галактики – взрывами ядер галактик.

Как уже отмечалось раньше, в радиодиапазоне "светятся"электроны с характерной энергией в несколько ГэВ. При этом никаких сведений о наличии и свойствах частиц более высоких энергий (порядка ТэВ и выше) получить не удается. Также отсутствует какая-либо информация о ядерной (прежде всего – протонной) компоненте космических лучей в названных источниках.

Много лет назад были высказаны предложения о необходимости наблюдать $\gamma$-излучение от небесных объектов – предполагаемых источников космических лучей. Испускание $\gamma$-лучей быстрыми частицами производится через 2 основные реакции:

$$\begin{cases} p + N \to N + N + \pi^0 + ...\,;\, \pi^0 \to \gamma + \gamma \\ e + \gamma \to e + \gamma \end{cases} \tag{148}$$

Первая из них называется $\pi^0$-мезонным каналом, а вторая – обратным эффектом Комптона.

Наиболее энергичные $\pi^0$-мезоны возникают в результате распада изобар – возбужденных состояний нуклонов:

$$p + N \to N + N^\star + ... \,;\; N^\star \to N + \pi^0 \,. \tag{149}$$

При этом $\pi^0$-мезон, в среднем, уносит долю энергии изобары, равную $m_\pi/m_N$, что составляет примерно 15 %. Следовательно, энергия протонов, генерирующих $\gamma$-кванты, должна быть как минимум в 10 раз выше, чем энергия $\gamma$-квантов.

Обычный комптон-эффект состоит в рассеянии фотонов на электронах. При этом часть энергии фотона получает электрон, который до столкновения считался покоящимся. Если электрон обладает высокой энергией и сталкивается с фотоном, летящим ему навстречу, то фотон после рассеяния назад пиобретает значительную часть энергии электрона. Подсчитаем, какую максимальную энергию будет иметь фотон с первоначальной энергией $E_{\gamma 0}$ после соударения с электроном с энергией $E_{e0}$. Наиболее выгодной с этой точки зрения геометрией рассеяния является лобовое столкновение с отражением обеих частиц назад в системе центра масс.

В Ц-системе каждая из частиц сохраняет свою энергию, но меняет импульс на противоположно направленный. Фотон в этой системе имеет энергию $2\,E_{\gamma 0}\,\gamma_c$, где $\gamma_c$ – лоренц-фактор Ц-системы. Энергия фотона после рассеяния в лабораторной системе будет еще в $2\,\gamma_c$ раз больше и составит $E_\gamma = 4\,\gamma_c^2\,E_{\gamma 0}$.

Лоренц-фактор Ц-системы легко определить, полагая, что две взаимодействующие частицы на короткое время сливаются в одну виртуальную частицу, которая в Ц-системе должна покоиться (так как суммарный импульс равен нулю). В лабораторной системе энергия и импульс виртуальной частицы равны соответственно

$$\begin{aligned} E_v &= E_{e0} + E_{\gamma 0} \\ p_v &= \sqrt{E_{e0}^2 - m_e^2} - E_{\gamma 0} \,. \end{aligned} \tag{150}$$

Масса этой частицы

$$m_v = \sqrt{E_v^2 - p_v^2} \,, \tag{151}$$

а ее лоренц-фактор $\gamma_v = \gamma_c$:

$$\gamma_c = \frac{E_v}{m_v} \,. \tag{152}$$

Если $E_{e0} \gg E_{\gamma 0}$, $E_{e0} \gg m_e$, то

$$\gamma_c^2 = \frac{E_{e0}^2}{4E_{e0}E_{\gamma 0} + m_e^2} \,, \tag{153}$$

а, следовательно,

$$E_\gamma = \frac{E_{e0}^2 E_{\gamma 0}}{E_{e0}E_{\gamma 0} + m_e^2/4} \,. \tag{154}$$

Видим, что если первоначальная энергия фотона достаточно велика ($E_{\gamma 0} \gg \frac{m_e^2}{4E_{e0}}$), то фотон отбирает практически всю энергию у электрона. Описанный процесс кинематически ничем не отличается от комптон-эффекта, но по историческим причинам за ним закрепилось название обратного комптон-эффекта.

Спутниковые наблюдения за $\gamma$-источниками с энергией $\sim$100 МэВ в 80-е – 90-е годы выявили многие десятки объектов, где, следовательно, генерируются космические лучи.

Для наблюдений $\gamma$-источников в диапазоне энергий >1 ТэВ разработаны методы и создана аппаратура, основанная на регистрации черенковского излучения от электромагнитны каскадов, порождаемых $\gamma$-лучами в верхних слоях атмосферы.

Черенковский телескоп представляет собой зеркало-рефлектор, в фокальной плоскости которого расположены светочувствительные элементы. Характерный размер современных зеркал составляет 10 м и их делают составными из многих десятков элементов, каждый из которых настраивается (юстируется) к единому фокусу. В качестве светочувствите элементов используются фотоумножители небольшого диаметра, собранные в пучок так, чтобы они могли зарегистрировать изображение светящегося ливня в его движении в фокальной плоскости. Расшифровка пространственно-временной развертки изображения позволяет определить энергию, которую имела первичная частица. Так как черенковское свечение приходит из верхних слоев атмосферы, где плотность воздуха чрезвычайно мала, то оно направлено в очень узком конусе ($cos\,\theta = n^{-1}$, где $n$ – показатель преломления воздуха) и сохраняет направление движения излучающих частиц. Поэтому можно очень точно узнать направление движения первичной частицы. Современные телескопы способны видеть в черенковском свете "тень", создаваемую Луной, которая экранирует (заслоняет) частицы высоких энергий.

Серьезной проблемой для изучения $\gamma$-источников очень высоких энергий указанным методом является фон от обычных космических лучей, которые приходят из всех направлений изотропно и, следовательно, какое-то число частиц попадает в поле зрения (апертуру) телескопа. Эти частицы также порождают электромагнитные каскады и дают черенковское излучение. Так как первичных $\gamma$-лучей очень мало, то фон космических лучей сильно ухудшает отношение сигнал/шум и для получения достоверной информации становятся необходимыми исключительно большие экспозиции. С этой целью телескопы размещаются на поворотных платформах, чтобы длительное время в течение ночи следить за выбранным объектом. Суммарные экспозиции могут составлять многие сотни часов.

В 90-е годы здесь был достигнут существенный прогресс, основанный на том, что черенковские изображения $\gamma$-ливней и ливней от космических лучей несколько

различаются. Поэтому можно произвести селекцию и отбросить те события ливней, которые мало похожи на ливни от первичных $\gamma$-квантов. Регистрирующая электроника была снабжена соответствующим алгоритмом классификации событий, в результате чего статистика событий упала во много раз, но среди оставшихся доля событий, производимых $\gamma$-квантами, во много раз увеличилась. Коэффициент обогащения исходного материала этим способом достигает 300-500, что кардинально улучшает возможности эксперимента.

В чем состоит различие ливней, производимых $\gamma$-квантами и, например, протонами с такой же энергией? Протон при столкновении с ядром воздуха создает несколько (порядка 10) $\pi$-мезонов, среди которых $\pi^0$-мезоны распадаются на $\gamma$-кванты и порождают электронно-фотонные лавины. Таким образом, суммарные потери энергии у лавин от протона примерно на порядок больше, чем у лавины, рожденной фотоном. Поэтому лавины от протонов являются более короткими. Их изображение в фокальной плоскости больше похоже на "точку", тогда как $\gamma$-кванты дают "черточку".

Применение процедуры "обогащения"первичного материала значительно улучшило отношение сигнал/шум и позволило обнаружить источники фотонов высоких энергий на небесной сфере. Пока известно лишь несколько таких источников, среди которых самым ярким является Крабовидная туманность – остаток от взрыва Сверхновой примерно 1000-летней давности.

## ХИМИЧЕСКИЙ СОСТАВ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ И ИХ ИСТОЧНИКИ

Зависимость ионизационных потерь частиц и, следовательно, производимой ими ионизации в регистрирующей аппаратуре от их электрического заряда позволяет исследовать химический состав космических лучей.

Помимо электронов, которые составляют около 1% всех частиц, подавляющая часть космических лучей представлена ядрами химических элементов вплоть до наиболее массивных. Протоны составляют примерно 90%, порядка 10% приходится на $\alpha$-частицы, а остальные элементы все вместе дают вклад менее 1%. Сравнение химического состава космических лучей с составом вещества в видимой части Вселенной показывает хорошее соответствие.

Правда, имеется 2 существенных различия: относительная обогащенность космических лучей тяжелыми элементами и резкое превышение в составе космических лучей легких элементов – $Li$, $Be$, $B$.

Дело в том, что содержание этих трех элементов в веществе на несколько порядков ниже, чем элементов, соседних по таблице Менделеева. Этот глубокий провал обусловлен, как считается, быстрым выгоранием лития, бериллия и бора в ядерных реакциях в

недрах звезд.

В космических лучах, однако, провал этих элементов отсутствует. Это объясняется их вторичным происхождением. Они представляют собой осколки более тяжелых ядер, которые возникают при столкновениях космических лучей с ядрами межзвездного водорода – протонами. Подсчеты подобных реакций показывают, что космические лучи должны для этого пройти суммарную толщу вещества $L_0 = 5 - 7\,\text{г/см}^2$.

Этот важный параметр дает возможность подсчитать время жизни космических лучей в Галактике. Действительно, если средняя плотность вещества в межзвездном пространстве равна $\rho$, то космические лучи, прежде чем они покинут Галактику, должны пройти расстояние $l = L_0/\rho$. При скорости $v \approx c$ они затратят на это время

$$T = \frac{L_0}{\rho c}\,. \tag{155}$$

Расстояние $l$, оцененное таким способом, во много раз больше, чем размеры Галактики. Это согласуется с представлениями о том, что космические лучи испытывают случайные блуждания в неупорядоченных магнитных полях и достигают границ Галактики посредством диффузии.

Для $\rho \approx 1.7\,10^{-24}\text{г/см}^3$ (это соответствует 1 атому водорода в кубическом сантиметре) имеем $T = 3\,10^6$ лет.

Потери космических лучей вследствие их утечки из Галактики должны восполняться источниками. Легко оценить суммарную мощность $W$, которую должны выделять источники, зная плотность энергии космических лучей $w$. Если объем Галактики равен $V$, то

$$W = \frac{wV}{T}\,. \tag{156}$$

Принимая объем Галактики равным

$$V \approx \pi\,15^2\,0.5\text{кпк}^3 \approx 10^{67}\text{см}^3\,, \tag{157}$$

имеем

$$W = 1.6\,10^{-12}\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}\frac{10^{67}\text{см}^3}{10^{14}\text{сек}} = (1-2)\,10^{41}\text{эрг/сек}\,. \tag{158}$$

Еще в 30-е годы было замечено, что с энергетической точки зрения на роль источников космических лучей могут претендовать сверхновые звезды. Вспышки сверхновых – это процессы с гигантским энерговыделением. При каждом взрыве выделяется $10^{50} - 10^{52}$ эрг. Оценка частоты взрывов сверхновых по сопоставлению с другими галактиками дает для Галактики около 1 события в 30 лет. Принимая выделяемую энергию в одном взрыве равной $10^{51}$ эрг, получаем $W_{SN} \approx 10^{42}$эрг/сек.

Достаточно иметь "коэффициент полезного действия"порядка 10%, чтобы обеспечить требуемую мощность источников космических лучей.